

Applikasi Bil. Komplek pada Teknik Elektro

Tujuan :

1. Mahasiswa dapat melakukan operasi perkalian dan pembagian bilangan kompleks
2. Mahasiswa bisa menggunakan kalkulator untuk mengkonversi bentuk bentuk bilangan kompleks
3. Mahasiswa mengenal komponen-komponen elektro yang dapat di robah kedalam persamaan bilangan kompleks
4. Mahasiswa mampu membuat model matematika terhadap bentuk rangkaian pada teknik elektro.
5. mahasiswa mampu menyelesaikan persoalan pada bidang teknik elektro dengan menggunakan bilangan kompleks

A. Pendahuluan

Matematika teknik bukan sekedar belajar matematika saja, kemudian selesai tanpa bekas apa-apa. Matematika teknik merupakan sarana terpenting dalam membekali para mahasiswa dalam memahami persoalan-persoalan keteknikan. Pemahaman yang mendalam mengenai teknik elektro tidak lepas dari konsep matematika. Jadi matematika merupakan langkah awal atau dasar pijakan untuk membuka cakrawala dalam memami materi keteknik-elektroan.

Pendapat sorang pemikir ternama di Indonesia yaitu BJ. Habibi berpendapat bahwa matematika merupakan bahasa teknik. Bahasa adalah dasar untuk memperoleh, menyerap dan mentransfer pengetahuan. Seorang insinyur dapat berkomunikasi dengan simbol-simbol matematis untuk menyelesaikan berbagai persoalan teknik. Dengan demikian matematika adalah bagian penting dan mendasar sekali untuk dimengerti bagi siapa saja yang ingin mendalami teknik secara umum dan teknik elektro secara khusus.

Untuk kajian selanjutnya diulang dulu materi sebelumnya,

1. Bilangan kompleks berasal dari akar-akar persamaan kuadrat, nilainya tidak dapat didefinisikan lagi sehingga bilangannya disebut dengan bilangan imajiner. Bilangan tersebut disimbulkan dengan j . Jadi j merupakan simbol bilangan imajiner sehingga dikatakan bahwa

$$j = \sqrt{-1}$$

2. notasi bilangan kompleks ada empat jenis yaitu,

bentuk umum $x = a + jb$ dan $x = a - jb$

Bentuk polar $x = r \sqrt{\theta}$ dan $x = r \sqrt{-\theta}$ atau $x = r \sqrt{\theta}$

Bentuk rectangular

$x = r(\cos \theta + j \sin \theta)$ dan $x = r(\cos \theta - j \sin \theta)$

Bentuk eksponensial $x = r \cdot e^{j\theta}$ dan $x = r \cdot e^{-j\theta}$

3. Operasional sederhana adalah penjumlahan dan pengurangan. Maka setiap operasi matematika memenuhi hukum aljabar pada umumnya yaitu komutatif dan hukum asosiatif. Dengan prinsip utama bilangan sejenis dapat dijumlahkan atau dikurangkan, tetapi tidak dapat dijumlah atau dikurang pada bilangan yang tidak sejenis. Bilangan kompleks adalah pengabungan bilangan real dan imajiner maka harus memenuhi kriteria berikut,

$$x_1 = a + jb$$

$$x_2 = c + jd$$

$$x_t = x_1 \pm x_2 \quad \text{atau}$$

$$x_t = (a \pm c) + j(b \pm d)$$

Sebelum dilanjutkan lebih jauh selesaikan soal review minggu yang lalu,

review

$$x_1 = -7 + j4$$

$$x_2 = 3 - j3$$

$$x_3 = -4 - j16$$

$$x_4 = 12 + j4$$

$$x_5 = 0 + j2$$

$$x_6 = -3 - j0$$

$$x_7 = j2$$

$$x_8 = -j10$$

Selesaikanlah :

$$1. \quad xt = x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - x_5$$

$$2. \quad xt = (x_8 - x_3 + x_2) + (x_2 + x_5)$$

$$3. \quad xt = x_3 - x_2 - x_4 - x_1 - x_8 - x_9$$

$$4. \quad xt = x_2 + x_2 - x_5 + x_6 + x_7 + x_3$$

$$5. \quad xt = (x_2 + x_7) - x_5$$

B. Operasi Perkalian dan pembagian

Perkalian dan pembagian adalah proses kedua dalam sebelum mengimplementasikan bilangan kompleks ke dalam teknik elektro. Ada beberapa tahapan penyelesaian,

1. Perkalian

Proses perkalian dapat dilakukan seperti berikut,

$$x_1 = a + jb \quad \text{dan} \quad x_2 = c + jd$$

$$xp = x_1 \cdot x_2$$

Penyelesaian,

$$\begin{aligned} x_k &= (a + jb) \cdot (c + jd) \\ &= ac + ja \cdot b + jbc + j^2 bd \\ &= (ac - bd) + j(ab + bc) \end{aligned}$$

kasus perkalian.

$$x_1 = 4 + j3 \quad \text{dan} \quad x_2 = -2 + j5$$

kalikanlah x_1 dan x_2

tentukan hasilnya?

$$\begin{aligned} x_k &= (4 + j3)(-2 + j5) \\ &= -8 + j20 - j6 - 15 \\ &= -23 + j14 \end{aligned}$$

2. Pembagian
Cara yang dilakukan,

$$x_1 = a + jb \quad \text{dan} \quad x_2 = c + jd$$

$$xp = \frac{x_1}{x_2}$$

Penyelesaian,

x_1 adalah pembilang
 x_2 adalah penyebut

Untuk penyebut harus diketahui dulu konjugasi (lihat materi 1-minggu 1),
Konjugasi penyebut adalah (x_2),

$$\text{konjugasi } x_2 = c - jd$$

penyelesaiannya adalah mengalikan x_p dengan 1

$$x_p = \frac{x_1}{x_2} \cdot 1 \quad \text{atau} \quad x_p = \frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{\text{konjugasi } x_2}{\text{konjugasi } x_2}$$

sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned} x_p &= \frac{(a + jb) \cdot (c - jd)}{(c + jd) \cdot (c - jd)} \\ &= \frac{-ac - jad + jbc + bd}{c^2 + d^2} \end{aligned}$$

Kasus pembagian,

$$x_1 = 4 + j3 \quad \text{dan} \quad x_2 = -2 + j5$$

bagilah x_1 dengan x_2

$$\begin{aligned}xp &= \frac{4 + j3}{-2 + j5} \cdot \frac{-2 - j5}{-2 - j5} \\ &= \frac{-8 - j6 - j20 + 15}{4 + 25} \\ &= \frac{7 - j26}{29}\end{aligned}$$

Latihan 1

$$x_1 = -2 + j6$$

$$x_2 = 13 - j8$$

$$x_3 = -8 - j10$$

$$x_4 = 2 + j4$$

$$x_5 = 2$$

$$x_6 = -3$$

$$x_7 = j2$$

$$x_8 = -j10$$

selesaikanlah:

$$1. \quad x_t = \frac{x_1}{x_2} x_3$$

$$2. \quad x_t = \frac{x_3(x_4 + x_5)}{x_4}$$

$$3. \quad xt = x_8(x_1 - x_3) \frac{x_5 - x_4}{x_7}$$

$$4. \quad xt = \frac{x_1 \cdot x_6}{x_2 \cdot x_4} - x_8$$

$$5. \quad xt = x6 - x8 \frac{x1 - x4}{x5 + x6}$$

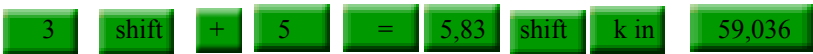
C. Konversi bentuk bil.kompleks

Konversi bilangan kompleks dapat dilakukan dengan bantuan kalkulator, agar pekerjaan menjadi lebih cepat. Kalkulator yang digunakan adalah scientific calculator. Minimal menggunakan casio fx-3800p atau yang sejenis dengannya. Bagaimana cara mengkonversinya

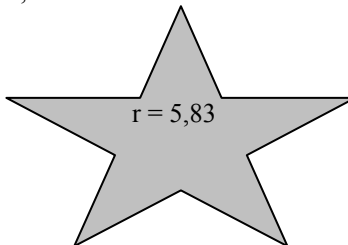
Kasus :

$$x = 3 + j5$$

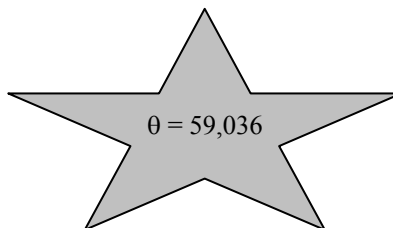
Penyelesaian, tekanlah tombol-tombol sebagai beriku,



Hasil yang diperoleh,



dan



Bentuk polar

$$x = 5,83 \angle 59,036$$

Bentuk rectangular

$$x = 5,83 (\cos 59,036 + j \sin 59,036)$$

Bentuk exponential

$$x = 5,83 \cdot e^{j59,036}$$

Latihan 2

Konversi dengan menggunakan kalkulator bentuk-bentuk bilangan kompleks berikut ini,

1. $x = -12 - j 6$

5. $x = 15$

2. $x = -3 + j 8$

6. $x = -25$

3. $x = -8 - j 5$

7. $x = j2$

4. $x = 2 + j5$

8. $x = -j$

D. Komponen Elektro

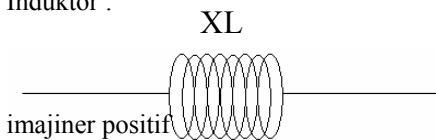
Ada beberapa komponen dasar dalam teknik elektro yang memiliki sifat resistansi, induktansi dan kapasitansi. Ketiga sifat tersebut akan muncul kepada komponen dasar teknik elektro yaitu resistor, induktor dan kapasitor.

Resistor :



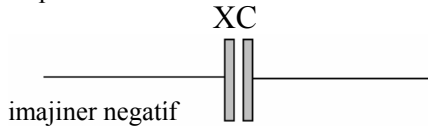
Memiliki sifat bilangan

Induktor :



Memiliki sifat bilangan

Kapasitor :



Memiliki sifat bilangan

Resistor bila diberi arus maka akan memiliki nilai resistif, yang nilainya selalu positif.

Induktor bila diberi arus maka akan memiliki nilai induktif, yang nilainya adalah

$$X_L = 2\pi fL$$

Bila induktor memiliki nilai **3 henri** maka induktif bernilai **$X_L = 942,47$ ohm**

Capasitor bila diberi arus maka akan memiliki nilai kapasitif, yang nilainya adalah

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

Bila kapasitor memiliki nilai **3 farad** maka kapasitif bernilai **$X_C = 1,06 \times 10^{-3}$ ohm**

Latihan 3

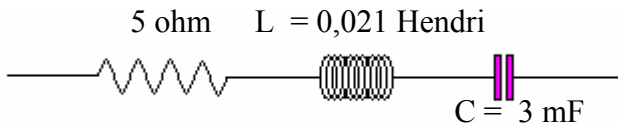
Tentukan nilai induktansi dan kapasitasi dari nilai induktor dan capaitor berikut ini,

1. $L = 0,021$ Hendri
2. $C = 3$ mF
3. $L = 0,07$ hendri
4. $C = 212$ mF
5. $L = 0,0313$ hendri
6. $C = 23211$ μ F
7. $L = 0,008$ hendri
8. $C = 22222$ μ F

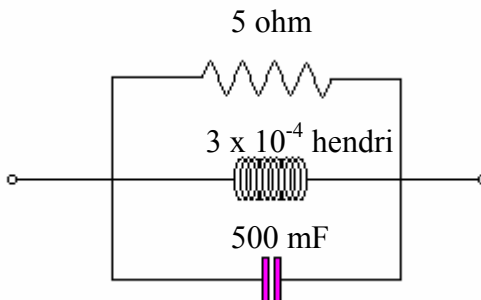
E. Pemodelan matematika

Pemodelan adalah upaya untuk memindahkan bentuk fisik komponen elektro kedalam komponen matematika. Dengan tujuan dapat menganalisa rangkaian elektro yang digunakan.

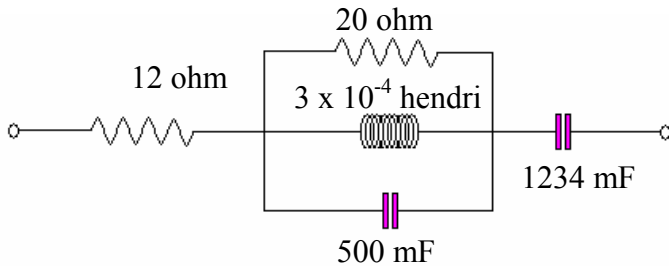
Seri



Paralel



Seri-paralel



F. Aplikasi Teknik Elektro

Sumber energi listrik terbagi atas dua bagian,

- arus
- tegangan

Kedua jenis energi ini dapat direpresentasikan dengan menggunakan bilangan kompleks

Misalnya :

$$V = 220 \angle 20$$

Atau

$$I = 12 \angle 130$$

Latihan 4

