Materi IV

Applikasi Bil. Hiperbolik pada Teknik Elektro

Tujuan :

1. Mahasiswa dapat membedakan identitas hiperbolik dan trigonometri
2. Mahasiswa menyelesaikan persoalan hiperbolik dengan bilangan kompleks

A. Pendahuluan

Pemanfaatan persamaan hiperbolik dibidang teknik elektro sangat banyak sekali, namun pada pertemuan ini diambil pada saluran panjang transmisi tenaga listrik. Kemampuan menyelesaikan persoalan saluran panjang, ditunjang oleh pemakaian bilangan kompleks pada persamaan hiperbolik. Bekal yang diberikan akan bermanfaat untuk penerapan-penerapan yang lain di bidang intra teknik elektro maupun antar bidang.

Sebelum melangkah lebih jauh, kembali diulangi latihan berikut,

Latihan 1

1. tentukanlah nilai persamaan hiperbolik,
   cara rumus dan cara langsung
   - sinh 2,122
   - cosh -4,232
   - cosech -2,21
   - cotgh 3,212
   - sinh 12,3
   - cosh -14,12
   - cosech -2,97
   - cotgh 3,212
2. tentukan invers persamaan hiperbolik
   cara rumus dan cara langsung
   - sinh 12,3

- cosh -14,12
- cosech -2,97
- cotgh 3,212

B. Identitas-identitas

Identitas adalah persamaan dengan menggunakan bentuk bentuk lain atau boleh juga disebut dengan persamaan turunan. Gunaya adalah untuk mempermudah menyelesaikan atau menganalisa persamaan.

Bila diperhatikan identitas persamaan hiperbolik mirip dengan persamaan trigonometri. Ada beberapa kriteria yang sama dan ada yang berbeda,

1. bentuk-bentuk turunan dasar adalah sama

   contoh :

   $$\cot gh\ x = \frac{1}{tg\ x}$$

   $$\sec h\, x = \frac{1}{\cosh\ x}$$

2. Perbedaan tanda mutlak terjadi pada $\sinh^2$ x baik langsung ataupun tidak langsung

   <u>Langsung</u>

   Contoh :

   $$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

   pada trigonometri

   $$\cosh^2 x + \sinh^2 x = 1$$

   Tidak langsung,

   Contoh:

   $$tgh\ 2x = \frac{2\ tgh\ x}{1 + tgh^2 x}$$

pada trigonometri

$$tg\ 2x = \frac{2\ tg\ x}{1 - tg^2 x}$$

Kenapa demikian????

Karena $$-tgh^2 x = \frac{-\sinh^2 x}{\cosh^2 x}$$

Dengan mengunakan identitas penganalisaan akan lebih dipermudah.

Ada beberapa identitas yang dibutuhkan untuk pembahasan berikutnya,

$$\sinh(a+b) = \sinh a.\cosh b + \cosh a.\sinh b$$
$$\sinh(a-b) = \sinh a.\cosh b - \cosh a.\sinh b$$
$$\cosh(a+b) = \cosh a.\cosh b + \sinh a.\sinh b$$
$$\cosh(a+b) = \cosh a.\cosh b - \sinh a.\sinh b$$

C. Persamaan bil. kompleks dan hiperbolik

Bentuk terakhir dalam persamaan bilangan komplek adalah exponensial,
Yaitu

$$x = r.e^{j\theta} \quad atau \quad x = r.e^{-j\theta}$$

apa titik temu kedua persamaan ini adalah exponensial.

Persamaan bilangan kompleks,

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

atau

$$e^{-j\theta} = \cos\theta - j\sin\theta$$

bila dijumlahkan

$$e^{j\theta} + e^{-j\theta} = 2.\cos\theta$$

maka

$$\cosh j\theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

$$\cosh j\theta = \frac{2.\cos\theta}{2}$$

$$\boxed{\cosh j\theta = \cos\theta}$$

bagai mana untuk sinh jθ……………?

bagus……. $\sinh j\theta = j\sin\theta$

Dengan mengunakan identitas, persolan dibawah ini dapat diselesaikan

<u>Kasus</u>
Selesaikanlah sinh (3+j3)…….!!!

<u>Jawab</u>

$$\begin{aligned}\sinh(3+j3) &= \sinh 3.\cosh j3 + \cosh 3.\sinh j3 \\ &= 10.\cos 3 + 10.j\sin 3 \\ &= 10.0{,}998 + j0{,}52 \\ &= 9{,}98 + j0{,}52\end{aligned}$$

bila kasus yang ditemukan di balik
sin(4+j2) = sin 4. cos j2 + cos 4. sin j2
=0,0697. cos j2 + 0,9975 sin j2…….?

Bingungkan ?

Tenang ada solusinya

Misalkan $\theta = jx$

$$\cos\theta = \cosh j\theta$$

$$\cos jx = \cosh(j^2 x)$$

$$= \cosh(-x)$$

$$\cos jx = \cosh x$$

$$j\sin\theta = \sinh j\theta$$

$$j\sin jx = \sinh j(jx)$$

$$j\sin jx = \sinh j^2 x$$

$$j\sin jx = \sinh(-x)$$

$$j^2 \sin jx = -j\sinh x$$

$$-\sin jx = -j\sinh x$$

$$\therefore \sin jx = j\sinh x$$

dengan menggunakan kedua persamaan diatas, maka kasus yang membingungkan dapat diselesaikan,

kita ulangi kasus diatas

sin(4+j2) = sin 4. cos j2 + cos 4. sin j2
=0,0697. cos j2 + 0,9975 sin j2…….?

Penyelesaiaannya adalah ,

$$= 0{,}0697.\cosh 2 + 0{,}9975.j \sinh 2$$
$$= 0{,}0697.(3{,}762) + j\ 0{,}9975.(3{,}6268)$$
$$= 0{,}2622 + j3{,}6177$$

Latihan 2

1. Selesaikanlah
   a. sinh(3+j5)
   b. cosh(2,1-j4,2)
   c. sinh (-2-j3)
   d. cosh (-4,21-j1,11)

2. selesaikanlah
   a. sin (1 - j2)
   b. cos (4 + j4)
   c. sin (2,22 + j3)
   d. cos (1,23 - j2)