## Materi IX

# Vektor dan Implementasinya

Tujuan :

1. Mahasiswa dapat memahami vektor
2. Mahasiswa mampu mengunakan vektor dalam persoalan sederhana
3. Mahasiswa mengimplementasikan konsep vektor pada rangkaian listrik

**A. Pendahuluan**

Sudah menjadi kesepakatan umum bahwa untuk menentukan nilai sebuah objek ditentukan dengan besaran. Pedagang beras tidak bisa melakukan proses jual beli tanpa mengunakan pengukuran. Misalkan digunakan timbangan, timbangan adalah alat ukur. Sedangkan ukuran yang digunakan adalah berat. Ukuran berat berdasarkan standarisasi yang diakui secara internasional. Umumnya di Indonesia menggunakan Standart Internasional (SI) yaitu gram. Gram merupakan satuan dari bersaran. Besaran adalah nilai yang dimiliki oleh benda bersarkan ukuran yang sudah distandarkan.

Besaran dapat dikelompokkan dalam dua golongan besar, yaitu besaran skalar dan besaran vektor.

*1.* *Besaran Skalar* merupakan besaran yang cukup dinyatakan oleh sebuah nilai yang diwakili oleh bilangan atau simbol dengan satuannya yang sesuai, misalnya panjang, luas, volume, massa, waktu, dan sebagainya. Sekali satuannya ditetapkan, besaran skalar sepenuhnya ditentukan oleh ukuran atau besarnya saja.

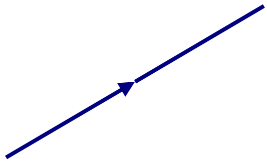
*2.* *Besaran Vektor* baru terdefenisi dengan lengkap jika disamping besar dengan satuannya, juga diketahui arah, misalnya gaya, kecepatan, percepatan, dan lain sebagainya.

Besaran vektor perlu melibatkan arah disamping besarnya.
Berdasarkan penjelasan diatas dapat dinyatakan untuk contoh berikut :

- Laju sebesar 5 m / detik adalah besaran skalar.
- Laju sebesar 5 m / detik ke Selatan adalah besaran vektor.

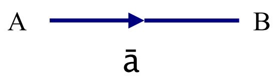
**B. Grafik dan notasi vektor**

Suatu besaran vektor secara grafik dapat dinyatakan dengan sebuah garis yang didiberikan tanda panah. Panjang garis merupakan nilai vektor dan panah adalah arahnya. Dapat dicontohkan gaya sebesar 15 N yang berarah ke kanan–atas. Pengambaranya seperti berikut



Jadi nilai vektor tersebut adalah 15 dengan arah kanan-atas. Harga vektor adalah Newton

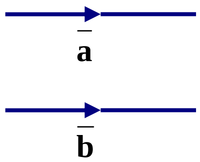
Notasi atau penulisan besaran vektor AB dituliskan sebagai $\overline{AB}$ atau $\bar{a}$. Besar dari besaran vektor tersebut dituliskan sebagai $\left|\overline{AB}\right|$ atau $\left|\bar{a}\right|$, atau cukup dengan AB, atau dengan a saja.




dimana $\overline{AB} = \bar{a}$

**C. Kesamaan Dua Vektor.**

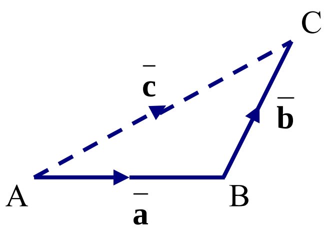
Jika dua buah vektor, $\bar{a}$ dan $\bar{b}$, dikatakan sama, maka kedua vektor tersebut memiliki besar dan arah yang sama.




Jika $\bar{a} = \bar{b}$, maka untuk a = b (besarnya sama) dan untuk arah $\bar{a}$ = arah $\bar{b}$, yaitu kedua vektor tersebut sejajar serta searah. Apabila dua vektor $\bar{a} = \bar{b}$ memiliki hubungan $\bar{b} = -\bar{a}$, maka dapat dikatakan bahwa kedua vektor tersebut memiliki besar yang sama dengan posisi yang sejajar tetapi berlawanan arah.

## D. Penjumlahan Vektor.

Hasil jumlah dua vektor, $\overline{AB}$ dan $\overline{BC}$, didefenisikan sebagai sebuah vektor resultan $\overline{AC}$ atau vektor yang setara dengan $\overline{AC}$.




Yaitu : $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$ atau $\bar{a} + \bar{b} = \bar{c}$.

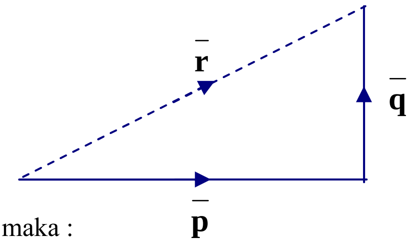
Jadi, untuk memperoleh hasil jumlah dua vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$, maka harus digambarkan kedua vektor tersebut secara berantai, vektor yang kedua dimulai dari ujung vektor yang pertama, maka hasilnya $\bar{c}$ yang diberikan oleh sebuah vektor yang menghubungkan pangkal vektor pertama dengan ujung vektor yang kedua.

Sebagai contoh ;

Jika $\overline{p}$ = sebuah gaya yang besarnya 40 N dan berarah ke Timur.

Dan $\overline{q}$ = sebuah gaya yang besarnya 30 N dan berarah ke Utara.

Maka besar vektor jumlah kedua gaya (r) tersebut adalah ; karena



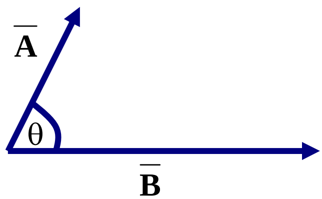

maka :

$$r^2 = p^2 + q^2 = 1600 + 900 = 2500$$

$$r = \sqrt{2500} = 50 \text{ N}$$

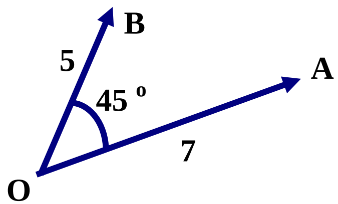
**E. Perkalian Skalar Antara Dua Vektor.**

Jika A dan B adalah dua buah vektor, maka perkalian skalar antara $\overline{A}$ dan $\overline{B}$ didefenisikan sebagai A B cos θ, dengan A dan B adalah besar vektor $\overline{A}$ dan vektor $\overline{B}$, serta θ adalah sudut yang diapit oleh kedua vektor tersebut.



Perkalian skalar dinyatakan dengan $\overline{A}$ . $\overline{B}$ sehingga disebut juga dengan perkalian titik. Dalam masing – masing hal, hasil kalinya merupakan besaran skalar. Untuk gambar diatas dapat dinyatakan $\overline{A}$ . $\overline{B}$ = A B cos θ.

Contoh 1 ;



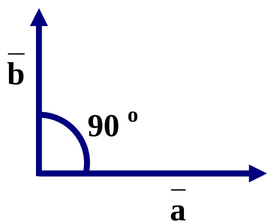

Maka $\overline{OA}$ . $\overline{OB}$ = OA . OB . cos θ

= 7 . 5 . cos 45 $^{o}$

= 35 . 0,707

= 24,745

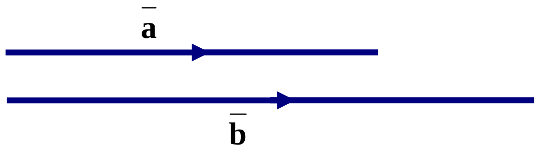
Contoh 2 ;




Maka $\overline{a}$ . $\overline{b}$ = a . b . cos θ = a . b . cos 90 $^{o}$ = a . b . 0 = 0

Jadi, untuk perkalian skalar antara dua vektor yang saling tegak lurus selalu sama dengan nol (0).

Contoh 3 :

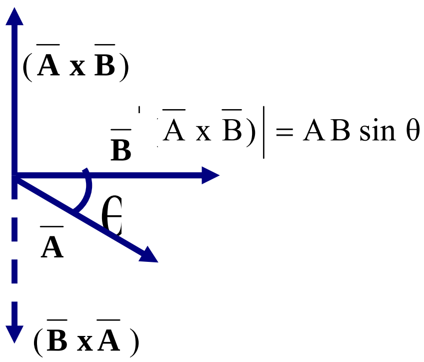



Maka $\bar{a} \cdot \bar{b} = a \cdot b \cdot \cos\theta = a \cdot b \cdot \cos 0^{o} = a \cdot b \cdot 1 = a \cdot b$

Jadi, untuk perkalian skalar antara dua vektor yang sejajar selalu sama dengan besar harga perkalian untuk kedua vektor tersebut.

**F. Perkalian Vektor Antara Dua Vektor.**

Perkalian vektor antara vektor $\bar{A}$ dan $\bar{B}$ dituliskan sebagai $\bar{A} \times \bar{B}$ dan disebut juga dengan perkalian silang. Untuk defenisi perkalian vektor ini adalah sebagai vektor yang mempunyai besar A B sin θ, dengan θ adalah sudut yang diapit oleh kedua vektor semula. Arah vektor hasil kalinya tegak lurus kepada $\bar{A}$ dan $\bar{B}$ sedemikian rupa sehingga $\bar{A}$, $\bar{B}$ dan ($\bar{A} \times \bar{B}$) dalam urutan ini membentuk sistem kanan.



Dengan memperhatikan bahwa arah rotasi $\overline{B}$ x $\overline{A}$ berlawanan sehingga vektor hasil kalinya berarah kebawah, yaitu $\overline{B}$ x $\overline{A}$ = – ( $\overline{A}$ x $\overline{B}$ ).

Dari gambar diatas, jika θ = 0 º , maka $\left|(\overline{A} \times \overline{B})\right| = A B \sin \theta$ = 0

Jika θ = 90 º , maka $\left|(\overline{A} \times \overline{B})\right| = A B \sin \theta$ = A B

Apabila $\overline{A}$ dan $\overline{B}$ dinyatakan dalam vektor satuan, maka ;

$\overline{A}$ = $a_1 i + b_1 j + c_1 k$

$\overline{B}$ = $a_2 i + b_2 j + c_2 k$

Sehingga $\overline{A}$ x $\overline{B}$ = ( $a_1 i + b_1 j + c_1 k$ ) x ( $a_2 i + b_2 j + c_2 k$ )

$$= a_1a_2 i \times i + a_1b_2 i \times j + a_1c_2 i \times k + b_1a_2 j \times i + b_1b_2 j \times j$$
$$+ b_1c_2 j \times k + c_1a_2 k \times i + c_1b_2 k \times j + c_1c_2 k \times k$$

dimana :

- Untuk i x i = j x j = k x k = 1 x 1 sin 0 º = 0
- Untuk i x j = k, dan j x k = i, serta k x i = j
- Dengan membalik arah rotasinya, maka i x j = – ( j x i )
  j x k = – ( k x j )
  k x i = – ( i x k )

berdasarkan hal diatas, maka :

$$\overline{A} \times \overline{B} = ( b_1c_2 - b_2c_1 )\, i + ( a_2c_1 - a_1c_2 )\, j + ( a_1b_2 - a_2b_1 )\, k$$

dengan merubah susunan pada suku tengah, didapatkan :

$$\overline{A} \times \overline{B} = ( b_1c_2 - b_2c_1 )\, i - ( a_1c_2 - a_2c_1 )\, j + ( a_1b_2 - a_2b_1 )\, k$$

untuk hal diatas dikenal sebagai jabaran dari suatu determinan, sehingga penulisan perkalian vektor antara dua buah vektor dapat menjadi :

$$\overline{A} \times \overline{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

dimana ;

- Baris teratas memuat vektor satuan dalam urutan i, j, k.
- Baris kedua memuat koefisien – koefisien vektor $\overline{A}$
- Baris ketiga memuat koefisien – koefisien vektor $\overline{B}$

Contoh soal,

Jika $\overline{P} = 2i + 4j + 3k$ dan $\overline{Q} = 1i + 5j - 2k$

Maka $$\overline{P} \times \overline{Q} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= i \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} - j \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= i(-8-15) - j(-4-3) + k(10-4)$$

$$= -23i + 7j + 6k$$