

# DIFFERENSIAL

**Tujuan :**

1. Mahasiswa dapat mengenal fungsi turunan
2. Mahasiswa dapat menurunkan suatu fungsi sederhana
3. Mahasiswa dapat menurunkan fungsi di dalam fungsi

**A. Pendahuluan**

Diferensial disebut juga dengan turunan. Fungsi  $y = f(x)$  didefinisikan sebagai :

1.  $dx$  adalah differensial dari  $x$
2.  $dy$  adalah differensial dari  $y$

Pengunaan simbol  $d$  didepan variabel yang sudah diturunkan sama dengan  $\Delta$  (dibaca delta). Artinya mewakili fungsi dari variabel tertentu. Mengenai perwakilan akan dibahas lebih lanjut pada penerapan integral.

**B. Differensial utama**

Ada beberapa penurunan yang sudah baku. Penurunana ini merupakan persamaan umum yang menjadi patokan bagi penurunan persamaan yang lain.

- |                    |                   |                                   |
|--------------------|-------------------|-----------------------------------|
| 1. $f(x) = x^n$    | $\longrightarrow$ | $\frac{dy}{dx} = n \cdot x^{n-1}$ |
| 2. $f(x) = e^x$    | $\longrightarrow$ | $\frac{dy}{dx} = e^x$             |
| 3. $f(x) = e^{kx}$ | $\longrightarrow$ | $\frac{dy}{dx} = k \cdot e^{kx}$  |
| 4. $f(x) = \ln x$  | $\longrightarrow$ | $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$     |
| 5. $f(x) = a^x$    | $\longrightarrow$ | $\frac{dy}{dx} = a^x \cdot \ln a$ |

$$6. \quad f(x) = \sin x \quad \longrightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \cos x$$

$$7. \quad f(x) = \cos x \quad \longrightarrow \quad \frac{dy}{dx} = -\sin x$$

Ketujuh turunan dasar tersebut sangat banyak peranannya pada penyelesaian persamaan yang lebih kompleks. Persamaan utama ini dapat langsung digunakan untuk meneurunkan fungsi yang lain sehingga dapat menambah urutan persamaan yang diturunkan contoh

Apakah turuna lain dari persamaan berikut:

$$f(x) = 3x^4$$

turunannya adalah :

$$\frac{dy}{dx} = 12x^3$$

Dapat digunakan hasil diatas dengan mudah sekali. Atinya penggunaan persamaan baku untuk penyelesaian persamaan yang lebih kompleks sangat lah membantu

Dari contoh diatas dapat disimpulkan persamaan pendukung dalam operasional matematika yaitu kabataku (kali, bagi, tambah, dan kurang)

### Tambah dan kurang

Untuk penambahan dan pengurangan dapat disamakan pembahasanya. Seperti persoalan diatas dapat ditafsikan sebuah persamaan turunan sebagai berikut.

$$\text{Jika} \quad f(x) = f_1(x) \pm f_2(x)$$

Maka tutunanya dapat dipecah menjadi ;

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d_1(y)}{dx} \pm \frac{d_2(y)}{dx}$$

contoh 2

Apakah turuna lain dari persamaan berikut:

$$f(x) = 3x^4 + 6x^2 - 3x$$

turunannya adalah :

$$\frac{dy}{dx} = 12x^3 + 12x - 3$$

angka satu dan dua pada hasil diferensial menunjukkan perbedaan persamaan

### Perkalian

Sedikit berbeda dengan penjumlahan perkalian membutuhkan proses yang agak berbeda.

$$f(x) = f_1(x) * f_2(x)$$

hasilnya adalah :

$$\frac{dy}{dx} = f_1(x) \cdot \frac{d_2(y)}{dx} + f_2 \cdot \frac{d_1(y)}{dx}$$

contoh 3

$$f(x) = 3x \cdot e^{2x}$$

hasilnya adalah

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= 3x \cdot 2e^{2x} + e^{2x} \cdot 3 \\ &= 6x \cdot e^{2x} + 3e^{2x} \end{aligned}$$

## Pembagian

Membagi memiliki cara yang lebih berbeda lagi  
Jika

$$f(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$$

maka hasilnya adalah

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f_1(x) \cdot \frac{d_1(y)}{dx} - f_2(x) \frac{d_2(y)}{dx}}{(f_2(x))^2}$$

Apa turunan dari tg ?

Pertanyaan sederhana tetapi bisa diturunkan dari persamaan baku yang telah disediakan. Caranya sangat mudah sekali, perhatikanlah

Tg adalah bentuk lain dari  $\frac{\sin x}{\cos x}$

$$\text{Maka } f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Turunanya adalah

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{\cos x(-\cos x) - \sin x(\sin x)}{\cos^2 x} \\ &= \frac{-\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x} \\ &= -\frac{1}{\cos^2 x} \\ &= \sec^2 x \end{aligned}$$

# Latihan 1

Turunkanlah Persamaan berikut :

$$1. f(x) = 3x^4 - 1/4x^5$$

$$2. f(x) = \ln x + 3e^{-7x}$$

$$3. f(x) = \sin x - \cot gx$$

$$4. f(x) = \sec x + 3/4 \ln x$$

$$5. f(x) = \cos ec x - 5^x$$

$$6. f(x) = 12x^4 * \frac{3}{8} x^3$$

$$7. f(x) = \ln x * 3 \sin x$$

$$8. f(x) = \frac{3 \sin x}{1/4 \cos x}$$

$$9. f(x) = 2 / \cot g x$$

$$10. f(x) = \frac{\sec x}{\cos ecx}$$

C. Turunan dalam Turunan

Maksudnya sebuah fungsi dapat saja berada dalam fungsi yang lain. Atau istilah dalam kalkulus adalah  $f \circ h(x)$

Contoh :

$$f(x) = 3 \sin 2x$$

penyelesaiannya adalah

$$\frac{dy}{dx} = 3 \cdot 2 \cdot \cos 2x$$

contoh yang lain :

$$f(x) = \frac{1}{2} \cos^3 2x$$

peyelesaiannya

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cos^2 2x \cdot \sin 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = 3 \cos^2 2x \cdot \sin 2x$$

## Latihan 2

1.  $f(x) = \ln x^3$

2.  $f(x) = \sin^2 5x$

3.  $f(x) = \sec 3x^4 + 3 \sin x^5$

4.  $f(x) = 7 \ln x^2 - 6^{12x}$

5.  $f(x) = \cos ec^2 \frac{2}{5} x^4$

6.  $f(x) = tg x^2$

7.  $f(x) = \frac{2}{7} \cos^4 x^2$

8.  $f(x) = e^{2x} \cdot 6^{3x}$

9.  $f(x) = \frac{12tg^5 x^5}{\sin 3x}$

10.  $f(x) = \frac{\cos ec^4 15x^3}{\sin^3 4x^2}$